20. Show that $13^{2n+1} + 9^{2n+1}$ is divisible by 30.

$13^{2n+1} + 9^{2n+1}$ என்பது 22-ஆல் வகுபடும் என காண்பி.

Industries Arts and Science College
Tiruvannamalai.
Pin: 606 603.

APRIL/MAY 2023

FMA11/CMA11/BMA11 — ALGEBRA

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. If $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ are the roots of $x^4 - px^3 + qx^2 + rx + s = 0$. Find $\sum \frac{1}{\alpha\beta}$.

   $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ என்பவை $x^4 - px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் $\sum \frac{1}{\alpha\beta}$ -ன் மதிப்பை காண்க.

2. Calculate the sum of the squares of the roots of the equation $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$.

   $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலைக் காண்க.

3. How many real roots does the equation $x^7 - x^5 - x^4 - 6x^2 + 7 = 0$ contain?

$x^7 - x^5 - x^4 - 6x^2 + 7 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு எத்தனை மெய்மூலங்கள் உள்ளன?

4. Change the sign of the roots of the equation $x^7 + 4x^5 + x^3 - 2x^2 + 7x + 3 = 0$.

$x^7 + 4x^5 + x^3 - 2x^2 + 7x + 3 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் குறியீடுகளை மாற்றியமைக்க.

5. Expand $\left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)$ as a series.

$\left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)$ என்பது விரிவாக்கத் தொடராக எழுது.

6. Find the n^{th} term of $\frac{3}{1\cdot 2} + \frac{5}{3\cdot 4} + \ldots$

$\frac{3}{1\cdot 2} + \frac{5}{3\cdot 4} + \ldots$ என்பதன் n-வது உறுப்பைக் காண்க.

7. Define Skew-symmetric matrix.

வளைவு சமச்சீர் அணி வரையறு.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Solve : $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$.

தீர்க்க : $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$.

17. Solve by Horner's method $x^3 - 3x + 1 = 0$.

$x^3 - 3x + 1 = 0$ வை ஹார்னர்ஸ் முறை மூலம் தீர்க்க.

18. Prove that

$$\log\sqrt{12} = 1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)\frac{1}{4^2} + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right)\frac{1}{4^3} + \ldots$$

$$\log\sqrt{12} = 1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)\frac{1}{4^2} + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right)\frac{1}{4^3} + \ldots$$

என நிரூபி.

19. Diagonalise the matrix $\begin{bmatrix} 7 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & 4 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$.

மூளைவிட்ட அணியாக மாற்றுக :

$$\begin{bmatrix} 7 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & 4 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

(b) Find the eigen value and eigen vectors of the matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$.

$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் ஐகன் மதிப்பு மற்றும் ஐகன் மதிப்பு ஐகன் வெக்டர்களைக் காண்க.

15. (a) If $d_1, d_2, d_3, \ldots, d_r$ are the divisors of N, then prove that

$$\varphi(d_1) + \varphi(d_2) + \ldots + \varphi(d_r) = N$$

$d_1, d_2, d_3, \ldots, d_r$ என்பன N-யை வகுக்கும் எண்களாக இருப்பின்

$\varphi(d_1) + \varphi(d_2) + \ldots + \varphi(d_r) = N$ என நிறுவுக.

Or

(b) Show that $x^5 - x$ is divisible by 30.

$x^5 - x$ ஆனது 30-ஆல் வகுபடும் எனக் காட்டுக.

Arts and Science College (Co-Ed.) Library
Tiruvannamalai.
Pin: 606 603.

8. If A is a square matrix then prove that $A + A^T$ is symmetric.

A என்பது சதுர அணி எனில் $A + A^T$ ஓர் சமச்சீர் அணி என நிறுவுக.

9. Find the remainder when 2^{1000} is divisible by 17.

2^{1000}-யை 17-ஆல் வகுத்தால் கிடைக்கும் மீதியினைக் காண்க.

10. State Fermat's theorem.

பெர்மாட்டின் தேற்றத்தைக் கூறுக.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Solve the equation $81x^3 - 18x^2 - 36x + 8 = 0$ whose roots are in harmonic progression.

$81x^3 - 18x^2 - 36x + 8 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் இசைத் தொடர் வரிசையில் உள்ளன எனில் அச்சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

Or

(b) If $a + b + c + d = 0$, then prove that

$$\frac{a^5 + b^5 + c^5 + d^5}{5} = \frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}{2} \cdot \frac{a^3 + b^3 + c^3 + d^3}{3}.$$

$a+b+c+d=0$ எனில்

$$\frac{a^5+b^5+c^5+d^5}{5}=\frac{a^2+b^2+c^2+d^2}{2}\cdot\frac{a^3+b^3+c^3+d^3}{3}$$

என நிறுவுக.

12. (a) Find the nature of the roots of the equation $x^4+15x^2+17x-11=0$.

$x^4+15x^2+17x-11=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் தன்மையினைக் காண்க.

Or

(b) Increase by 7 the roots of the equation $3x^4+7x^3-15x^2+x-2=0$.

$3x^4+7x^3-15x^2+x-2=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் 7ஐ கொண்டு அதிகரிக்கவும்.

13. (a) Find the greatest term in the expansion of $\left(1+\frac{2}{3}x\right)^{-2}$ when $x=\frac{3}{4}$.

$x=\frac{3}{4}$ எனில் $\left(1+\frac{2}{3}x\right)^{-2}$ -ன் விரிவாக்கத்தின் மீப்பெரு உறுப்பைக் காண்க.

Or

(b) Show that the co-efficient of x^n in the infinite series is

$$1+\frac{b+ax}{1!}+\frac{(b+ax)^2}{2!}+\ldots+\frac{(b+ax)^n}{n!}+\ldots$$ is $\frac{e^b a^n}{n!}$.

$$1+\frac{b+ax}{1!}+\frac{(b+ax)^2}{2!}+\ldots+\frac{(b+ax)^n}{n!}+\ldots$$

எனும் கந்தழித் தொடரில் x^n -ன் குணகம் $\frac{e^b a^n}{n!}$ எனக் காண்பி.

14. (a) Show that the non-singular matrix $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ satisfied the equation $A^2-2A-5I=0$. Hence evaluate A^{-1}.

$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ என்ற பூச்சியமற்ற கோவை $A^2-2A-5I=0$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்வு செய்யும் எனக் காண்க. அதிலிருந்து A^{-1} -யை கண்டுபிடி.

Or